مجله علمی- تحقیقی جوزجانان
دوره ۱۶؛ شماره ۱ (مسلسل ۴۳)؛ خزان و زمستان ۱۴۰۲؛ صفحات ۱۹۳-۲۰۵

بررسی چگونگی کاربرد انتیگرال یگانه معین در محاسبات کمیات ترمودینامیکی

محمدرفیع نظری
پوهنمل، دیپارتمنت مضامین عمومی تخنیکی، پوهنځی انجنیری جیولوجی و معادن، پوهنتون جوزجان، شبرغان، افغانستان. http://orcid.org/0009-0000-5412-2423 - rafi.nazary@yahoo.com

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۰/۸ - تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱/۲۸)

چکیده

مقالۀ هذا تحت عنوان «بررسی چگونگی کاربرد انتیگرال یگانه معین برای محاسبه کمیات ترمودینامیکی» تحریر گردیده است. روش این تحقیق توصیفی بوده؛ برای جمع‌آوری منابع از مقالات بین‌المللی سایت‌های معتبر علمی و هم‌چنان از کتب بکر و جدید جهت غنامندی مقاله استفاده گردیده است. هدف تحقیق حاضر شناخت پارامترهای اساسی و انتخاب دستگاه مناسب جهت حل مسأله‌های ترمودینامیکی توسط جدول اساسی انتیگرال نامعین است. برای محاسبه کمیات ترمودینامیکی از جدول اساسی انتیگرال‌گیری و منحنی‌های توابع فشار، کار و انرژی سیستم های ترمودینامیکی براساس سطح محصور استفاده گردید. در این محاسبه مشاهده گردید که محاسبه فشار در دو حالت با دو شیوه ریاضیکی انجام می‌پذیرد: اولی با فشار ثابت که از جداول اساسی انتیگرال صورت می‌گیرد، دومی با فشار متغیر که دراین حالت تابع فشار- حجم بر حسب معادله ریاضیکی صورت می‌گیرد. در کل پروسه‌های پیچیده پلی تراپیک در سیستم ترمودینامیک با تغییر قیمت ثابت محاسبه گردید.

کلمات کلیدی: *انتیگرال، انرژی، ترمودینامیک، حرارت، کار، کمیات.*

Investigating how to use the definite integral in the calculation of thermodynamic quantities

Muhammad Rafi Nazari
Senior teaching assistant, department of general technical subjects, faculty of Geology and mines engineering, Jawzjan University, Sheberghan, Afghanistan.
rafi.nazary@yahoo.com - http://orcid.org/0009-0000-5412-2423
(Received: 31/12/2023 - Accepted: 16/04/2024)

Abstract

This article is written under the title (Investigation of how to use the definite integral to calculate thermodynamic quantities). The method of this research is descriptive; In order to collect sources, international articles from reputable scientific sites and new and pristine books have been used to enrich the article. The aim of the present research is to know the basic parameters and choose the appropriate device for solving thermodynamic problems by the basic table of indefinite integral. To calculate the thermodynamic quantities, the basic integration table and curves of pressure, work and energy functions of thermodynamic systems based on the enclosed surface were used. In this calculation, it was observed that the pressure calculation is done in two situations with two mathematical methods: the first one with constant pressure which is done from the basic integral tables, the second one with variable pressure which in this case the pressure-volume function is done according to the mathematical equation. takes In general, complex polytrophic processes were calculated in the thermodynamic system with constant price change.

Key words: *Energy, Heat, Integral, Quantities, Thermodynamics, Work*

مقدمه

در جوامع امروزی ریاضیات نقش اساسی را ایفا می‌کند. برای توضیح پدیده‌های طبیعی، مخصوصاً برای اندازه پذیری علم ترمودینامیک معادلات و فورمول‌های ریاضی نقش بسزائی را بازی کرده است، شاخه‌های علوم ساینسی زمانی گسترش پیدا می‌کنند، که برعلاوه توصیف کیفی، کمی نیز گردد یعنی؛ مفاهیم و کمیات آن قابل اندازه‌گیری شود. به‌صورت عموم هرگاه علوم ساینسی به حد نظریه باقی‌بماند و مفاهیم و اصطلاحات به‌صورت کمی اندازه پذیر نباشد درآن صورت شاخه‌های آن گسترش نیافته و به حد یک اسطورهٔ باقی خواهد ماند. علم ترمودینامیک یکی از شاخه‌های مهم علم کیمیای فزیکی است، که این علم بر گرفته از مشاهدات عینی دانش‌مندان مانند رابرت بویل و ژاک شارل و هم‌چنین قوانین حاکم بر طبیعت مانند نیوتن است. بنابر این علم ترمودینامیک از پایه‌های تجربی قوی پیش‌بینی و محاسبه دقیق کمیت‌های قابل مشاهده عینی برخوردار است (پنق، سعیدی، ۱۳۹۹، ص. ۵-۷).

در حقیقت علم ترمودینامیک راجع به گرما و نسبت آن با انرژی و کار می‌پردازد. هم‌چنان این علم متغیرهای ماکروسکوپیک (مانند حرارت، انرژی داخلی، حجم سیستم‌های بسته و فشار) را برای توصیف حالت مواد تعریف و چگونگی ارتباط آنها و قوانین حاکم برآنها را بیان می‌نماید. ترمودینامیک را علم کار و حرارت یا دانش انرژی خوانده اند (رامین، ۱۳۹۰، صص. ۶۵-۶۱). و هم‌چنان گرما و انرژی به‌عنوان دو مفهوم اصلی در ترمودینامیک و برخی مفاهیم مرتبط با آنها به‌صورت زیر تعریف می‌شوند: گرما صورتی از انرژی است که از جسم با دمای بالاتر به جسمی با دمای پایین‌تر انتقال می‌یابد (خاکی، زمانی و امینی، ۱۴۰۰، صص. ۱۹-۲۶).

به مقدار گرمایی که لازم است تا حرارت یک جسم به اندازه یک درجه سانتی‌گراد افزایش یابد، ظرفیت گرمایی آن جسم می‌گویند. بناًء انتقال حرارت، تغییرات دما و جنب‌جوش‌های نامنظم در سطح مالیکولی درمباحث ترمودینامیکی حائز اهمیت فراوان است (خشوعی، حسینی و کلابی، ۱۴۰۰، صص. ۷۹-۸۳). حرارت یک سیستم ویژهٔ است که تعیین می‌کند آیا یک سیستم با سیستم‌های دیگر در تعادل گرمایی قرار دارد یا خیر. مفاهیم داغ و سرد برای انسان، مانند؛ هر موجود زنده دیگر ذاتی است و حرارت محیط مجاور را با بیلیون‌ها عصبی که به سطح پوست می‌رسند، به مغز خبر می‌دهند؛ اما پاسخ فیزیولوژیکی به حرارت، اغلب گمراه کننده است و کسی که چشم‌اش بسته است نمی‌تواند بگوید که آیا دست‌اش با اتوی بسیار داغ، سوخته یا به وسیلهٔ یک تکه یخ خشک شده است (هاشمی، دیانت، ۱۳۸۹، صص. ۳۰-۳۵). محتوای ریاضی مربوط به مشتقات و انتیگرال‌های معین بخش اساسی و مهم موضوع کیمیاوی فزیکی است، روابط ریاضی، فورمول‌ها و بررسی منحنی‌های آن، کمک می‌کند؛ تا مفاهیم و کمیت‌های پیچیدهٔ سیستم ترمودینامیکی را با تفکیک پارامترهای ثابت، متغیر و

میانجگر روش بهتر محاسبه کند. هم‌چنان روشی را برای ارتباط کمیت‌های قابل مشاهده ماکروسکوبی مانند حرارت و فشار به کمیت‌های ترمودینامیکی انتزاعی‌تر مانند انتروپی یا انرژی آزاد گیبس فراهم می کند و بالاخره استفاده از معادلات ریاضی به بیوفزیک‌دانان اجازه می‌دهد؛ تا زبان مشترک برای تحقیق و پژوهش داشته باشند (حسن، ۱۳۹۷، صص. ۵۳-۵۶).

در این مقاله علمی- تحقیقی سعی به‌عمل آمده که کاربرد انتیگرال یگانه معین را جهت اندازه‌گیری پارامترها و مفاهیم مهمی ترمودینامیکی؛ مانند: حرارت، گرما، تعادل گرمایی، کار- انرژی و ترسیم گراف‌های منحنی فشار- حجم که دریک سیستم ترمودینامیکی تعریف می‌گردند برجسته گردد.

مواد و روش کار

روش این تحقیق توصیفی بوده؛ برای جمع‌آوری منابع از مقالات بین‌المللی سایت‌های معتبر علمی و هم‌چنان از کُتب بکر و جدید جهت غنامندی مقاله استفاده گردیده است. یافته‌های تحقیق کتابخانه‌ای بوده که دراین مقاله تلاش گردیده است؛ تا مسایل ترمودینامیکی با استفاده از عملیه‌های ریاضی همانا انتیگرال یگانه معین است، محاسبه گردد. حل یک مسأله مربوط به ترمودینامیک و برای فهم بیان کُلی از مسائل آن مورد استفاده قرار داده می‌شود. حل مسأله بخشی از تفکر است؛ در واقع حل مسأله که پیچیده‌ترین بخش هر عملیات فکری تصور می‌شود، به‌عنوان یک پروسۀ مهم شناختی تعریف می‌گردد که محتاج تلفیق و مهار یک تعداد مهارت‌های اساسی و معمولی است. حل مسأله وقتی مطرح می‌شود که یک موجود زنده یا یک رباط مصنوعی نداند که برای رفتن از یک موقعیت به موقعیت دیگر باید چه مسیری را بپیماید. این نیز خود بخشی از روند یک مسأله بزرگ‌تر است که یافتن مسأله و شکل‌دهی مسأله بخشی از آن می‌باشد. دراین‌جا کاربرد انتیگرال و دیفرانسیل با استفاده از جدول اساسی انتیگرال و فورمول‌های مشتق با شناخت متغیرهای مستقل و میانجگر مسأله برای محاسبه کمیات ترمودینامیکی پرداخته شده است.

کار در پروسه‌های ترمودینامیکی

اگر در یک پروسۀ ترمودینامیکی مسیر پروسۀ مشخص باشد، پروسۀ با حفظ تعادل انجام می‌شود و در صورت عدم اتلاف انرژی در مسیر، می‌توان از همان مسیر پروسه و با حفظ تعادل بازگشت نماید. کار و حرارت هر دو انتقال انرژی از سیستمی به سیستم دیگر هستند. همان طوری‌که از تعریف کار میدانیم، کار مساوی است با جهت قوۀ (F) در تغییرمکان (x) و به صورت انتیگرالی بیان می‌شود. زمانیکه قوۀ F در تغییرمکان x و در امتداد قوۀ اثر کند، کار انجام شده است. برای تحلیل انتقال و تغییرات انرژی کار و گرما را بر اساس قوانین فزیک می-

توان مدل سازی کرد (سلامتی، ۱۳۹۸، صص. ۲۰-۲۶).

$$w = \int_a^b F\,dx \qquad \dots \qquad (1)$$

در رابطه ۱. w کار انجام شده توسط قوه مؤثر، F قوه اعمال شده و dx تغییر مکان به حد دیفرانسیلی جسم از نقطه a به b می‌باشد.

با استفاده از تعریف فشار، داریم که:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow \quad F = P \cdot A \qquad \dots \qquad (2)$$

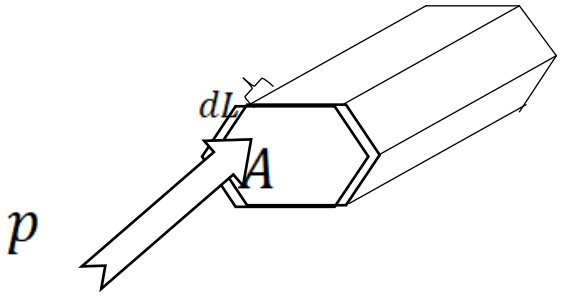
در رابطه ۲. کمیت F قوه مؤثر، P فشار اعمال شده بالای سطح A می‌باشد.

حال از رابطه ۲ قیمت F را به رابطه ۱ وضع می‌نماییم:

$$w = \int_a^b (P \cdot A)\,dx \qquad \dots \qquad (1)$$

دراینجا می‌توان متغیر دیفرانسیلی dx را به معادل آن یعنی dL که همانا طول جزئی منشور است تعویض کرد.

$$w = \int_a^b P \cdot A\,dL \qquad \dots \qquad (3)$$



شکل ۱. منشور شش وجهی با مساحت سطح مقطع A، طول جزئی dL و با فشار ثابت p در داخل منشور اعمال می‌گردد (عباس، عباس، ۱۳۹۴، ص. ۲۱).

هرگاه حجم دیفرانسیلی منشور منظم هندسی را دریافت نماییم درین صورت مساحت سطح مقطع ضرب در تغییرات طول L، یعنی dL گردد. یعنی:

$$A \cdot dL = d(AL) = dv \qquad \dots \qquad (4)$$

بادرنظرداشت خاصیت دیفرانسیل، هرگاه یک کمیت ثابت تحت علامهٔ دیفرانسیل قرار گیرد و

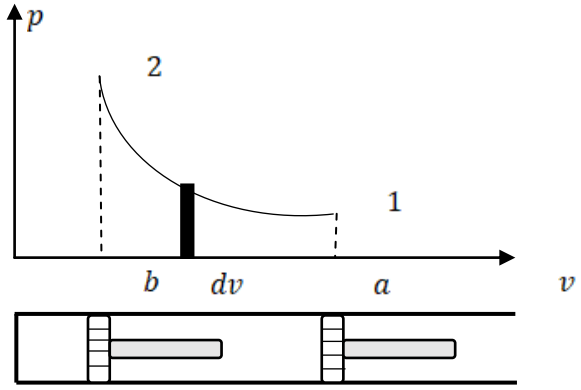
یا برعکس از تحت دیفرانسیل خارج گردد، دراین صورت هیچ تغییری بالای آن وارد نمی‌گردد. و حال رابطهٔ (۳) را چنین می‌نویسیم:

$$w = \int_a^b P\, dv \qquad \dots \qquad (5)$$

در رابطهٔ ۵. w کار انجام شده، P فشار وارده در واحد سطح، dv تغییرات حجم منشور را نشان می‌دهد.

فرمول فوق این مطلب را بیان می‌نماید که کار انجام شده در یک سیستم ترمودینامیکی، تابع از تغییر حجم سیستم می‌باشد.

درشکل ۲. زمانی‌که سیلندر از نقطه ۱ به نقطه ۲ می‌رود، پروسهٔ تراکمی اتفاق افتاده ازنقطهٔ a با حجم v_a به نقطهٔ b با حجم v_b کاهش می‌یابد، در دستگاه مختصات فشار حجم سطح زیر منحنی مساوی با کار انجام شده می‌باشد. دیفرانسیل جزئی dx را در انتیگرال قرار می‌دهیم. همواره از دیدگاه ماکروسکوپیک کار توسط یک سیستم انجام می‌شود و میزان کار مبادله شده میان سیستم و محیط را می‌توان با داشتن مسیر تحول ترمودینامیکی به دست آورد.



شکل ۲. گراف مقدار کار انجام شده در پروسه تراکمی سلندر از نقطه ۱ به نقطه ۲ (عباس، ۱۳۹۴، ص. ۲۱).

درمجموع یک سیستم را در سه حالت می‌توان توصیف کرد:

- حجم کنترل که نمونهٔ بارز آن کمپرسورها می‌باشد.
- جریان کتله بسته که در مخازن با ورودی یک طرفه صدق می‌کند.
- جریان انرژی که به صورت انتقال حرارت Q و کار W می‌باشد.

مرز یک سیستم به دو صورت است مرز متحرک و مرز ثابت. در سیستم مرز متحرک، با افزایش درجه حرارت و انتقال ان به گاز داخل مخزن، حجم گاز افزایش یافته و منجر به

افزایش فشار داخل مخزن می‌شود. این افزایش فشار منجر به بالا رفتن پیستون شده و در نتیجه مرز سیستمی که کتله آن تحت کنترل است دائما در حال تغییر است. کار و حرارت (Q،W) به عنوان جریان انرژی می‌توان از مرز سیستم عبور کند؛ ولی مقدار مادۀ درون سیستم ثابت باقی می‌ماند.

برای حل رابطۀ (۵) کار انجام شده در یک سیستم باید رابطه فشار بر حسب حجم مشخص باشد. دراین صورت دو حالت پیش می‌آید:

الف) تمامی پروسه‌های سیستم در فشار ثابت انجام شده باشد که در این صورت داریم که:

$$w = \int_a^b P\,dv = P\int_a^b dv = p(v_b - v_a)$$

$$\Longrightarrow w = p(v_b - v_a) \qquad \dots \qquad (6)$$

در رابطۀ ۶. w کار انجام شده در سیستم ترمودینامیکی، p فشار ثابت (عملیه انتیگرال گیری بالای عدد ثابت تأثیر نمی‌کند)، v_a حجم ابتدایی، v_b حجم نهایی می‌باشد، که چند مثالی را جهت درک بهتر رابطه (۶) درنظر می‌گیریم.

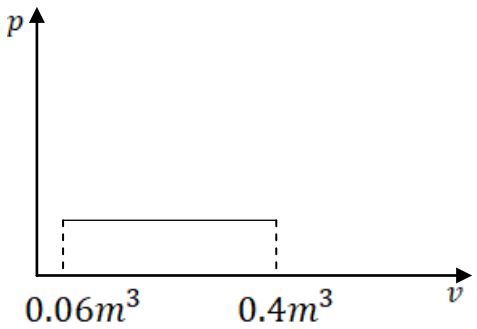
مثال۱: سیستم سلندر پیستونی را در نظر بگیرید، که حاوی گاز کریپتون در فشار ثابت $400\,\text{kpa}$ و حجم اولیه $0.06m^3$ است. اگر به سیستم گرما دهیم میزان کار انجام شده را در صورتی‌که حجم ثانوی به $0.4m^3$ افزایش یابد، محاسبه نمایید.

حل: تغییر حُجم در فشار ثابت به اثر گرما در سیستم چنین محاسبه می‌گردد.

$$w = \int_{0.06m^3}^{0.4m^3} P\,dv = P\int_{0.06m^3}^{0.4m^3} dv = p(v)\,0.4m^3_{0.06m^3} =$$

$$400\ kpa(0.4m^3 - 0.06m^3) = 400\frac{kN}{m^2}\left(\frac{4}{10} - \frac{6}{100}\right)m^3 = 400\left(\frac{40-6}{100}\right)kNm$$

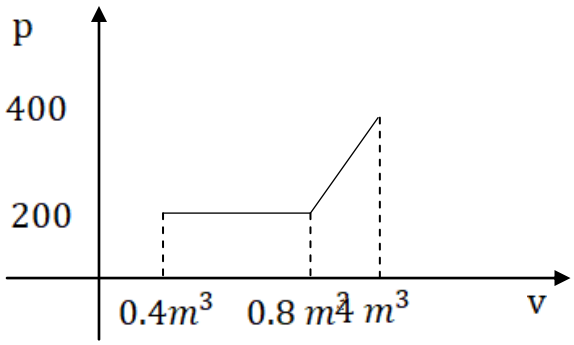
$$= 4(34)kj = 136\ kj$$



شکل ۳. گراف تغییرات حجم بر اثر حرارت T در دستگاه فشارحجم (فقیه خراسانی، ربانی، ۱۳۹۳، ص. ۳۲).

مثال۲: در یک پروسهٔ دو مرحله‌ای، حجم در فشار ثابت $200\ kpa$ از حجم $0.4m^3$ به حجم $0.8\ m^3$ می‌رسد. سپس در حالی که فشار از $200\ kpa$ به صورت خطی تا $400\ kpa$ تغییر می‌کند، حجم آن از $0.8\ m^3$ تا حجم $4\ m^3$ می‌رسد. گراف فشار-حجم را رسم نموده و کار انجام شده را محاسبه کنید.

حل: ابتدا کار انجام شده را در مرحلهٔ اول و دوم ترسیم نموده، سپس با استفاده از رابطه (۵) مقدار آنرا محاسبهٔ می نماییم.



شکل ۴. دستگاه منحنی فشار حجم در دو مرحله (فقیه خراسانی، ربانی، ربانی، ۱۳۹۳، ص. ۳۲).

$$w_1 = \int_{0.4}^{0.8} P_1\, dv = P_1 \int_{0.4}^{0.8} dv = P_1(0.8 - 0.4) = 200(0.4) = 80\ \frac{kNm^3}{m^2}$$
$$= 80\ KJ$$

با توجه به مساحت ذوذنقه که یک حالت خاص از شکل هندسی است مساحت آن عبارت انداز: مجموع دو قاعدهٔ موازی ضرب در ارتفاع، تقسیم بر ۲ بوده که چنین محاسبه می‌نماییم.

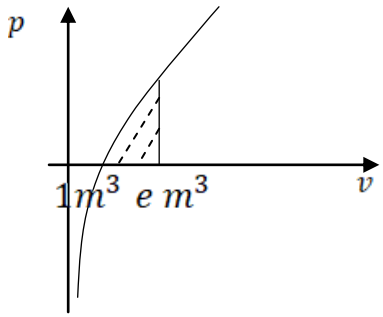
$$w_2 = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(v_3 - v_2) = \frac{1}{2}(200 + 400)(4 - 0.8) = 300(3.2) =$$
$$960\frac{kNm^3}{m^2} = 960\ kj$$

ب) هرگاه فشار سیستم رابطه‌ای از تغییر حجم سیستم باشد: $p = p(v)$ که در این حالت، از $p(v)$ بر حسب حجم بین نقاط ابتدایی و انتهایی انتیگرال قرار گرفته و کار سیستم را بدست می‌آوریم.

حال چند مثال نظر به حالت (ب) یعنی فشار تابع از حجم که با تغییر حجم در یک سیستم ترمودینامیکی فشار نیز تغییر می‌یابید.

مثال۳: در یک پروسهٔ ترمودینامیکی تغییرات فشار بر حسب حجم توسط تابع $p = lnv$

که واحد فشار kpa داده شده است، هرگاه قوۀ خارجی حجم سیستم را از $1m^3$ به $e\ m^3$ تغییر دهد، دراین صورت گراف فشار-حجم را رسم نموده و کار انجام شده را بر حسب kj محاسبه کنید.



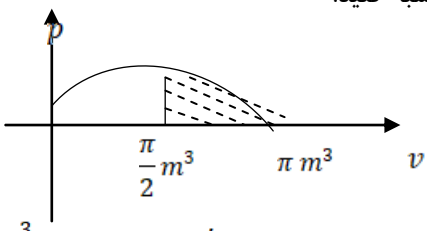
شکل ۵. مساحت محصور شده در دستگاه زیر منحنی تغییرات فشار حجم توسط تابع $\ln v$ (همتا، ۱۳۹۷، ص. ۱۸).

$$w = \int_a^b P\,dv = \int_1^e lnv\,dv \quad \Rightarrow \left[lnv = u \ . \ \frac{dv}{v} = du\,, \qquad dv = dV\ , v = V\right]$$

$$\Rightarrow v\,lnv\Big|_1^e - \int_1^e v\,\frac{dv}{v} = (e\,lne - 1\,ln1) - v\Big|_1^e = e - (e-1) = e - e + 1$$

$$= 1\,\frac{kNm^3}{m^2} = 1\ kj$$

مثال۲: در یک پروسۀ ترمودینامیکی تغییرات فشار بر حسب حجم توسط تابع مثلثاتی $p = sinv$ که واحد فشار kpa داده شده است، هرگاه قوه خارجی حجم سیستم را از $\frac{\pi}{2}m^3$ به $\pi\ m^3$ تغییر دهد، دراین صورت گراف فشار-حجم را رسم نموده و کار انجام شده را بر حسب kj محاسبه کنید.



شکل ۶. مساحت محصور شده ی زیر منحنی $p = sinv$، از نقطه $\frac{\pi}{2}m^3$ تا نقطه $\pi\ m^3$ (راشد محصل، ۱۳۹۷، ص. ۴۴۰).

$$w = \int_a^b P\,dv = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} sinv\,dv = -cosv\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = -\left(cos\pi - cos\frac{\pi}{2}\right) =$$

$$-(-1-0) = +1\text{kj}$$

یک کمیت ترمودینامیکی خاص برای حالت (ب)، پروسهٔ پلی تراپیک برای گاز ها می‌باشد، که پروسهٔ پلی تراپیک: یک پروسهٔ ترمودینامیکی برگشت پذیر همراه با انتقال حرارت برای گازها است که از رابطهٔ (۷) پیروی می‌کند.

$$p\,v^n = const \qquad \dots \qquad (7)$$

در رابطه ۷.، پارامتر p فشار در سیستم ترمودینامیکی، v حجم سیال، n ثابت پلی تراپیک و c یک عدد ثابت می‌باشد.

بنابراین برای محاسبهٔ کار انجام شده در دو نقطه‌ی سیستم ترمودینامیکی که شرایط و ارتباط پارامترهای ترمودینامیکی مانند: حجم، فشار و ثابت پلی تراپیک را قرار ذیل مورد مطالعه قرار می‌دهیم:

$$p\,v^n = constant = p_1 v_1^n = p_2 v_2^n$$

حال با تقسیم v^n در اطراف رابطهٔ فوق مقدار فشار سیستم ترمودینامیکی را بر حسب فشار و حجم بدست آورده و کار انجام شده در سیستم ترمودینامیکی چنین محاسبهٔ می‌گردد.

$$p = \frac{constant}{v^n} = \frac{p_1 v_1^n}{v^n} = \frac{p_2 v_2^n}{v^n} \qquad \Longrightarrow \qquad w = \int_a^b P\,dv$$

$$w = \int_1^2 P\,dv = constant \int_1^2 \frac{dv}{v^n} = constant\left(\frac{v^{-n+1}}{-n+1}\right)_1^2$$

$$\Longrightarrow \quad w = \int_1^2 P\,dv = \frac{constant}{1-n}\left(v^{-n+1}\right)_1^2 = \frac{p\,v^n}{1-n}\left(v_2^{1-n} - v_1^{1-n}\right)$$

$$= \frac{p_2 v_2^n v_2^{1-n} - p_1 v_1^n v_1^{1-n}}{1-n} = \frac{p_2\,v_2 - p_1\,v_1}{1-n}$$

$$w = \frac{p_2\,v_2 - p_1\,v_1}{1-n} \qquad \dots \qquad (8)$$

برای محاسبهٔ کار انجام شده در یک پروسهٔ پلی تراپیک برای گازها با تعیین دو نقطه در سیستم ترمودینامیکی از رابطه (۸) به شرطی‌که قیمت n خلاف ۱ باشد استفاده می‌گردد. حال سوالی مطرح شود که اگر قیمت ثابت پلی تراپیک را یک فرض کنیم، دراین صورت مخرج کسر صفر خواهد شد که این یک مطلب ناخواسته است، حال برای $n = 1$ انتیگرال فوق را محاسبهٔ‌می‌نماییم:

$$w = \int_1^2 P\,dv = p_1\,v_1 \int_1^2 \frac{dv}{v} = (p_1\,v_1)\,\ln(v)\,\frac{2}{1} = (p_1\,v_1)\,(lnv_2 - lnv_1)$$

$$(p_1\,v_1)\,(ln\tfrac{v_2}{v_1})$$

هم‌چنان برای قیمت‌های مختلف ثابت پلی تراپیک شکل تابع تحت انتیگرال تغییر نموده و با

استفاده از فورمول و یا جدول اساسی انتیگرال گیری کار انجام شده در پروسهٔ پلی تراپیک را محاسبه نموده می‌توانیم.

به همین ترتیب کمیت مانند انرژی گرمایی یا انتقال حرارتی بر اثر اختلاف دمای بین دو ماده تعریف می‌شود و در حقیقت عمل انتقال گرما از جسم A به جسم B همان انرژی است. در ابتدا هیچ یک از دو سیستم به تنهایی گرما ندارد؛ ولی انرژی دارد و بعداز رسیدن به تعادل گرمایی در انتهای پروسه، هیچ یک از دو سیستم گرما ندارد. علم ترمودینامیک در رابطه با سیستم‌های می‌باشد که در حال تعادل هستند و می‌توان از آن برای پیش بینی مقدار انرژی مورد نیاز برای تغییر سیستم از یک حالت تعادل به حالت دیگر تعادل استفاده کرد. گرما را به حروف انگلیسی Q و q گرمای ویژه (گرمای واحد کتله) واحد گرمایی ژول و واحد گرمایی وِیژه ژول بر کیلوگرام می‌باشد. گرما تابع مسیر بوده یعنی میزان گرمایی تبادله شده به مسیر انتقال گرما بستگی دارد که به صورت فورمول ریاضی چنین تحریر می‌داریم:

$$Q = \int_1^2 \delta Q \qquad \dots \qquad (9)$$

تغییرات انتقال گرما، مساوی با میزان گرمای تبادله شده در واحد زمان (نرخ انتقال گرما) می-باشد.

$$Q' = \frac{\delta Q}{dt} \quad \Rightarrow \quad \delta Q = Q' dt \qquad \dots \qquad (10)$$

در رابطه ۱۰. Q گرمای مجموعهٔ، δQ میزان گرمای تبادله شده، dt میزان زمان ثبت شده در انتقال گرما و Q' نرخ انتقال گرما که به صورت عموم انتیگرال میزان گرمای تبادله شده را چنین می‌نوسیم:

$$Q = \int_1^2 Q' dt \qquad \dots \qquad (11)$$

همان‌طوری‌که در بخش محاسبهٔ کار انجام شده در یک سیستم ترمودینامیکی که با فشار ثابت $p = const$ و یا با فشار متغیر که برحسب تغییرات دیفرانسیلی v تعیین می‌گردید. رابطه ۱۱. نیز محاسبهٔ می‌گردد.

به گونه مثال: مالیکول های ماده دارای انرژی انتقال، چرخشی و نوسانی اند. در اثر برخورد بین مالیکول‌ها انرژی از مولکول‌های با حرارت بیشتر به مالیکول‌ها با حرارت کمتر منتقل می‌گردد. این تبادل انرژی بین مالیکول‌های یک ماده را انتقال گرمای می‌گویند و به صورت ریاضی با معادله زیر بیان می‌گردد:

$$Q' = -KA\frac{dT}{dx} \qquad \dots \qquad (12)$$

در رابطه (۱۲) Q' نرخ انتقال گرما، K ضریب رسانندگی که برای هر ماده متفاوت می‌باشد، A

سطح جسم مورد نظر و $\frac{dT}{dx}$ گرادیان انتقاق گرما (میزان اختلاف دما در واحد سطح) می‌باشد.

درک مفاهیم اساسی ترمودینامیک در محاسبات ریاضی، مخصوصاً استفاده از جدول اساسی انتیگرال نامعین زمینه ای را جهت. ایجاد ارتباط بین معادلات ریاضی و پدیده های ماکروسکوپی فراهم می‌کند و هم‌چنان بسیاری از پروسهٔ های ترمودینامیکی توسط معادلات ریاضیکی و با ترسیم منحنی های آن تحلیل و تجزیه گردیده و پارامترهای مجهول نظربه شرایط واصول و قضایای ریاضی دریافت می‌گردد.

نتیجه‌گیری

نتایج این تحقیق به وضاحت نشان میدهد؛ که به کارگیری معادلات ریاضی در قوانین ترمودینامیک و پیچیده بودن پروسهٔ های ترمودینامیکی و یا مسأله های انتیگرالی با فرض این‌که ابعاد مسأله، با شرایط مرزی درست و انتخاب دستگاه مناسب با درنظرداشت تعداد پارامتر درآن توسط جدول اساسی انتیگرال و خواص مربوط به آن حل گردیده است. محاسبهٔ کار و گرما در یک سیستم ترمودینامیکی با فشار ثابت و متغیر که هرکدام با روش خاص انتیگرال گیری صورت گرفته و همچنان مفاهیم تبادل حرارتی، کار- انرژی در پروسهٔای ترمودینامیکی و تحلیل از منحنی‌های توابع فشار-حجم با حرارت ثابت، لازم است که محصلان رشتهٔ های انجنیری به درک درستی از پروسهٔای ترمودینامیکی و هم‌چنین تحلیل نتایج آن در علوم انجنیری دست یابند. یکی از پارامترهای مهم در علوم انجنیری آشنایی با اصول ترمودینامیک، در مفاهیم اصلی و استفاده مؤثر از آن در موضوعاتی مانند میخانیک سیالات، انتقال حرارت و هم چنان دیگر کاربردهای انجنیری می‌باشد. تجهیزات مانند تأسیسات نیروگاه‌های بخار، پیل‌های سوختی، یخچال‌ها و سیستم‌های تراکمی، سردکننده‌های ترموالکتریک، موتورهای راکت و تاسیسات جداسازی هوا کاربرد فراوانی دارد.

منابع و مآخذ

پنق، عبدالحکیم؛ سعیدی، علی. (۱۳۹۹). *بررسی برداشت دانشجو معلمان کیمیا به کارگیری عبارات ریاضی در کیمیای فزیکی*. انتشارات: دانشگاه فرهنگیان مشهد"پژوهش در آموزش کیمیا"، ۲. ص: ۷-۵.

حسن، بهنام پور. (۱۳۹۷). *اثر انرژی تاریک روی ترمودینامیک و میکانیک آماری خوشه‌های کهکشانی*. انتشارات: دامغان ایران: پژوهش سیستم‌های بس ذره ای. ص:۵۳-۵۶.

خاکی، مطهره؛ زمانی، الهام؛ امینی، زهرا. (۱۴۰۰). *بررسی کج فهمی‌های دانش آموزان دورهٔ متوسطه در یادگیری موضوع ترمودینامیک*. مقاله پژوهشی، انتشارات: پژوهش در آموزش

شیمی، تهران. ص: ۱۹-۲۶.

خشوعی، امیرحسین؛ حسینی، سید حمید خدادا؛ کلابی، امیرمحمد. (۱۴۰۰). *طراحی مدل پیش‌بینی چرخه عمر محصول با رویکرد ترمودینامیک*. انتشارات: مقاله پژوهشی. پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری، تهران. ص: ۷۹-۸۳.

رامین، فروح. (۱۳۹۰). *برهان نظم و قانون دوم ترمودینامیک*. انتشارات: دانشگاه قم. مطالعات اسلامی: فلسفه و کلام. ص: ۶۱-۶۵.

راشد محصل، جلیل. (۱۳۹۷). *ریاضیات مهندسی*. نوبت چاپ: پنجم. انتشارات: موسسه انتشارات دانشگاه تهران.ص. ۴۴۰.

سلامتی، هادی. (۱۳۹۸). *فزیک دانشگاهی میکانیک*. انتشارات: دانشگاه صنعتی اصفهان. ص: ۲۰-۲۶.

عباس،عباس. (۱۳۹۴). *ترمودینامیک کاربردی*. نوبت چاپ. دوم: انتشارات مرکز آموزشی علمی-کاربردی دانشگاه جامع تهران.

فقیه خراسانی، احمدرضا؛ ربانی، مهرداد؛ مهرداد، رامین. (۱۳۹۳). *مروری بر مطالب و تشریح مسائل نیروگاه‌های حرارتی*. نوبت چاپ: دوم. یزد: انتشارات دانشگاه یزد.ص. ۳۲.

همتا، نورمحمد. (۱۳۹۷). *ریاضیات عمومی*. نوبت چاپ:. دوم. کابل: انتشارات جهان اسلام. ص. ۱۸.

هاشمی، احمد اصل. (۱۳۸۹). *کاربرد فرمول‌های ریاضی در تولید بیوگاز*. دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهر انتشارات: فصلنامه ی، تبریز: کاربرد شیمی در محیط زیست. ص: ۳۰-۳۵.